

## lógica paraconsistente, história da

XX que permaneceu incólume o princípio da NÃO CONTRADIÇÃO (por vezes chamado «princípio da contradição»), de que não se tem  $P \wedge \neg P$ , para qualquer proposição  $P$ , de que é ilegítimo afirmar sobre um determinado objecto, que num dado momento ele tem e não tem certa propriedade, ou de que certo fenómeno acontece e não acontece. Por certo, os filósofos do devir e da dialéctica sempre acharam, por essa razão, que a lógica clássica não se adaptava bem à realidade em mudança permanente e procuraram em vão uma lógica dialéctica mais adequada. Mas, enquanto lógica formal de um discurso, nomeadamente, de um discurso matemático ou científico geral, tal lógica parecia uma impossibilidade conceptual. Isto porque, em qualquer sistema dedutivo com ingredientes clássicos mínimos, de uma contradição  $P \wedge \neg P$  toda e qualquer proposição se pode deduzir, trivializando o sistema (*ver* CONSISTÊNCIA).

Entre 1910 e 1913, independentemente um do outro, o lógico polaco Jan Łukasiewicz e o russo Nicolai Vasiliev encetaram um trabalho pioneiro de revisão crítica de algumas leis da lógica aristotélica, abrindo o caminho para a possibilidade de desenvolvimento de lógicas não aristotélicas, especialmente aquelas nas quais o princípio da contradição se encontra qualificado ou relativizado de algum modo. Estavam, a seu modo, tentando fazer para a lógica algo de semelhante ao que acontecera décadas antes com o aparecimento da geometria não euclidiana de Bolyai e Lobachevsky (a que também se chamava, na época, «geometria imaginária»), na qual se nega o famoso postulado das paralelas de Euclides.

Łukasiewicz não elaborou um sistema formal para uma lógica paraconsistente, nem Vasiliev formalizou as suas ideias sobre uma lógica imaginária. Somente por volta de 1948 é que Stanislaw Jaskowski propôs, com base na lógica discursiva, um sistema de lógica proposicional paraconsistente, no qual a presença de uma contradição não acarreta a trivialização do sistema, isto é, no qual não é possível deduzir todas as proposições na linguagem do sistema. Este sistema foi desenvolvido, em linhas gerais, de

modo a satisfazer duas motivações principais: 1) Oferecer instrumentos conceptuais que possibilitassem a abordagem do problema da sistematização dedutiva de teorias que contêm contradições; 2) Estudar algumas teorias empíricas que contenham postulados contraditórios.

Mas é ao lógico brasileiro Newton C. A. da Costa que se credita a origem da lógica paraconsistente tal como hoje é conhecida. A partir de 1954, formulou diversos sistemas formais de lógica paraconsistente, tanto proposicional como de predicados, alargando os seus sistemas a cálculos de descrições e a teorias matemáticas como a teoria dos conjuntos. Além da matemática e filosofia, Newton da Costa e seus discípulos têm desenvolvido aplicações da lógica paraconsistente à inteligência artificial e a questões de informática, de manipulação de informações inconsistentes e de programação lógica com cláusulas contraditórias. *Ver* LÓGICA PARACONSISTENTE, SISTEMAS DE. AJFO

Arruda, A., Chuaqui, R. e da Costa, N. C. A., orgs. 1977. *Non-classical Logics, Model Theory and Computability*. Amesterdão: North-Holland.

— 1980. *Mathematical Logic in Latin America*. Amesterdão: North-Holland.

da Costa, N. C. A. 1982. The Philosophical Import of Paraconsistent Logic. *Journal of Non-Classical Logic* 1: 1–19.

Marconi, D. 1979. *La Formalizzazione della Dialettica*. Rosenberg & Seller.

Priest, G., Routley, R. e Norman, J. orgs. 1979. *Paraconsistent Logic*. Philosophia Verlag.

**lógica paraconsistente, história da** Poucas são as disciplinas do conhecimento humano que apresentam desenvolvimento histórico tão *sui generis* como a lógica. Após um breve e um tanto conturbado período de formação, a lógica encontraria nas mãos de um hábil filósofo, Aristóteles, a sua primeira grande sistematização conceptual; sistematização esta (e este é justamente um dos aspectos característicos e surpreendentes da história dessa disciplina) que permaneceria, em linhas gerais, sem quaisquer alterações significativas, por

mais de dois milénios.

Ao longo de todo este período, e mesmo depois dele (isto é, mesmo depois de Frege introduzir algumas das ideias básicas da lógica matemática), um determinado princípio permaneceria incólume, inabalável no desenvolvimento histórico: o princípio da NÃO CONTRADIÇÃO. Por diversas e variadas razões, aos teóricos que formaram e, ao longo de séculos, desenvolveram esta disciplina sempre pareceu que (e eis uma de suas possíveis formulações) era decididamente ilegítimo afirmar, sobre um mesmo objecto, que ele a um só tempo tinha e não tinha determinada propriedade. No interior desse quadro, o surgimento de uma lógica que qualificasse ou restringisse esse princípio representaria uma reformulação teórica drástica no contexto de uma disciplina que, por centenas de anos, se caracterizou pela pouquíssima variabilidade conceptual — sobretudo no que se refere a seus princípios básicos.

Nesse sentido, também sob uma perspectiva histórica, a lógica paraconsistente é *sui generis*. Pois o que será não apenas considerada mas plenamente desenvolvida é justamente a possibilidade de se interrogar, ainda que sob certas restrições, o princípio da não contradição.

O facto de ter considerado essa possibilidade não torna certo teórico, *ipso facto*, um criador da lógica paraconsistente. Do ponto de vista lógico, cumpre que ao menos a elaboração de um cálculo proposicional e de predicados de primeira ordem e, se possível, de uma TEORIA DOS CONJUNTOS (de modo que se articule uma semântica minimamente sensata para esses cálculos) tenha sido proporcionada. Todavia, esta última consideração não desmerece o trabalho de análise conceptual prévia, no qual se examinam as diversas alternativas provenientes das possíveis qualificações a serem operadas sobre determinado princípio lógico — no contexto presente, o princípio da não contradição.

É precisamente nesse quadro que os trabalhos pioneiros do polaco Jan Łukasiewicz e do russo Nicolai Vasiliev devem ser considerados. Entre 1910 e 1913, de maneira independente, ambos salientaram a importância de uma revi-

são de algumas leis da lógica aristotélica, contribuindo, deste modo, para a possibilidade do desenvolvimento (em analogia com as geometrias não euclidianas) de lógicas não aristotélicas, sobretudo aquelas nas quais o princípio da não contradição se encontra, de algum modo, qualificado.

No seu célebre trabalho de 1910, *Sobre o Princípio de Contradição em Aristóteles*, bem como em artigo do mesmo período, Łukasiewicz examinou três formulações distintas do princípio da não contradição (uma ontológica, uma lógica e uma psicológica), e rejeitou cada uma delas, argumentando que tal princípio não é válido sem restrições. De maneira mais geral, no seu entender, como salienta Ayda Arruda (1989: 101), o mesmo ocorreria relativamente a várias outras leis da lógica clássica — que desempenhariam, de um ponto de vista heurístico, uma função bastante semelhante ao postulado das paralelas em geometria. Como consequência, criou-se um precedente para o estudo das lógicas nas quais tais leis não se encontram satisfeitas — possibilitando, dessa forma, o aparecimento de lógicas não clássicas. Contudo, como Łukasiewicz não elaborou, naquele período, qualquer tipo de sistema lógico, esse precedente, em certa medida, perdeu-se.

No contexto específico do surgimento da lógica paraconsistente, apesar do trabalho do lógico polaco se ter revelado de indiscutível relevância para a formulação das lógicas não clássicas em geral, acabou por não encontrar a mesma repercussão nesse domínio de modo a constituir-se num dos precursores directos e decisivos dessa área. Todavia, como veremos, influenciado pelas ideias de Łukasiewicz, Stanislaw Jaskowski construiria, trinta e oito anos depois, com base na lógica discursiva, um tipo específico de sistema paraconsistente.

Diferentemente do lógico polaco, todavia, o russo Vasiliev, embora também não tenha proposto qualquer sistema específico, em virtude das suas ideias relacionadas com a lógica imaginária, apresentadas em 1912 e 1913, é correctamente considerado precursor das teorias paraconsistentes. De modo similar a Łukasie-

## lógica paraconsistente, história da

wicz, embora de maneira independente, Vasiliev também encontrou, nos trabalhos de Lobachevsky sobre a geometria não euclidiana, fonte de profunda inspiração: mais do que seu nome (naquela época, esta geometria era conhecida como geometria imaginária), as motivações heurísticas para sua construção eram as mesmas que o lógico russo posteriormente usaria. Além disso (Arruda 1977), Vasiliev acreditava que, similarmente à geometria de Lobachevsky, a sua lógica também poderia ter uma interpretação clássica.

Entretanto, seria somente em 1948 que Jaskowski, sob a influência de Łukasiewicz, proporia o primeiro cálculo proposicional paraconsistente. Desse modo, é provável que tenha sido o primeiro a formular, no interior de teorias inconsistentes, os problemas sobre a não trivialidade. Com efeito, uma das condições básicas a ser satisfeita pelo seu sistema consistia no facto de, ao ser aplicado a teorias contraditórias, nem todas as fórmulas deverem tornar-se teoremas; isto é, diferentemente da lógica clássica, a presença de contradições de modo algum deve acarretar a trivialização do sistema (*ver TRIVIALIDADE*).

Em íntima conexão com esse aspecto, a lógica paraconsistente de Jaskowski (Arruda 1980) foi desenvolvida, em linhas gerais, de modo a preencher três motivações básicas: 1) oferecer maquinaria conceptual que possibilitasse abordar o problema da sistematização dedutiva de teorias que contêm contradições; considerando-se, em particular, 2) aquelas cujas contradições são geradas por VAGUEZA; e, finalmente, 3) estudar algumas teorias empíricas que contenham postulados contraditórios.

No entanto, não obstante a importância do trabalho de Jaskowski, desde 1954 Newton C. A. da Costa tem formulado, de maneira independente, diversos sistemas paraconsistentes, incluindo desde o cálculo proposicional até ao de predicados (com ou sem identidade), assim como cálculos de descrições e numerosas aplicações à teoria dos conjuntos.

No trabalho de da Costa, uma das principais motivações para a formulação da lógica para-

consistente provém justamente da teoria dos conjuntos. A razão não é difícil de compreender. Como se sabe, o desenvolvimento dessa teoria encontra-se intimamente relacionado com inconsistências encontradas na base de princípios conjuntistas bastante naturais. Considere-se, por exemplo, a teoria ingênua de Cantor (*ver PARADOXO DE CANTOR*). Essa teoria baseia-se em dois princípios fundamentais: o postulado da extensionalidade (segundo o qual se dois conjuntos têm os mesmos elementos, então são iguais), e o postulado da compreensão (a saber, toda a propriedade determina um conjunto, constituído pelos objectos que têm tal propriedade). Este último postulado, na linguagem usual da teoria dos conjuntos, pode ser expresso pela seguinte fórmula (ou esquema de fórmulas): 1)  $\exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow F(x))$ .

Ora, basta que se substitua a fórmula  $F(x)$ , em 1, por  $x \notin x$  para se derivar o PARADOXO DE RUSSELL. Isto é, o princípio da compreensão 1 é inconsistente. Assim, se se acrescenta 1 à lógica clássica de primeira ordem, concebida como a lógica da teoria dos conjuntos, obtém-se uma teoria trivial. Há ainda outros paradoxos, como os de Curry e de Moh Schaw-Kwei, que indicam que 1 é trivial ou, mais precisamente, trivializa a linguagem da teoria dos conjuntos, caso a lógica subjacente seja a clássica — mesmo que se ignore a negação. Ou seja, a lógica positiva clássica é incompatível com 1; e o mesmo vale para diversas outras lógicas, como a LÓGICA INTUICIONISTA.

As teorias de conjuntos clássicas distinguem-se pelas restrições impostas a 1, de forma a evitar paradoxos. Para que a teoria assim obtida não se torne demasiado fraca, acrescentam-se alguns axiomas adicionais, além dos da extensionalidade e compreensão (com as devidas restrições). Por exemplo, no caso da teoria de Zermelo-Fraenkel (ZF), o axioma da compreensão é formulado da seguinte maneira: 2)  $\exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow (F(x) \wedge x \in z))$ , onde as variáveis se encontram sujeitas a condições óbvias. Em ZF, então,  $F(x)$  determina o subconjunto de elementos do conjunto  $z$  que têm a propriedade  $F$  (ou satisfazem a fórmula  $F(x)$ ).

No sistema de Kelly-Morse, por outro lado, o princípio de compreensão é formulado da seguinte maneira: 3)  $\exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow (F(x) \wedge \exists z (x \in z)))$ . Finalmente, no sistema NF de Quine, usa-se a noção de estratificação, e o esquema da compreensão tem a forma 4)  $\exists y \forall x (x \in y \leftrightarrow F(x))$ , desde que fórmula  $F(x)$  seja estratificável (além das condições usuais acerca de variáveis).

Neste contexto, é perfeitamente legítimo indagar se seria possível examinar o problema sob uma perspectiva diferente: o que é necessário para se manter o esquema 1 sem restrições (desconsiderando-se as condições sobre as variáveis)? A resposta é imediata: deve-se alterar a lógica subjacente, de tal modo que 1 não leve inevitavelmente à trivialização. Afinal, o esquema da compreensão, sem «grandes» restrições, conduz a contradições. Consequentemente, tal lógica deverá ser paraconsistente.

Verificou-se lentamente que há infinitas maneiras de enfraquecer as restrições clássicas ao esquema da compreensão, correspondendo cada uma a categorias distintas de lógicas paraconsistentes. Além disso, formularam-se lógicas extremamente fracas, e, com base nelas, é possível usar, sem trivialização, o esquema 1. Algumas teorias de conjuntos, nas quais as formulações 2, 3 e 4 do princípio da compreensão se encontram combinadas ou adoptadas isoladamente, também foram construídas (da Costa, Béziau e Bueno 1998).

Ponto importante, embora talvez algo surpreendente, é que diversas teorias paraconsistentes de conjuntos contêm as clássicas, nas formulações de Zermelo-Fraenkel, Kelly-Morse ou Quine. Logo, a paraconsistência transcende o domínio clássico, e permite, entre outros desdobramentos, a reconstrução da matemática tradicional. É lícito pois afirmar que as teorias paraconsistentes alargam as clássicas, da mesma forma que a geometria imaginária de Poncelet abrange a geometria «real» *standard*.

As considerações anteriores indicam algo surpreendente: uma APORIA encontrada nos fundamentos da lógica. A lógica clássica elementar (com efeito, apenas a sua parte positi-

va) e o postulado da compreensão são ambos evidentes — talvez sejam mesmo igualmente evidentes. No entanto, são mutuamente incompatíveis. Trata-se, portanto, de um caso de evidências incompatíveis — uma aporia que, sem dúvida alguma, traria deleite aos filósofos eleatas ou sofistas.

As considerações anteriores também indicam que as teorias clássicas adoptam uma linha particular de abordagem, diferente da paraconsistente. A exploração de todas essas possibilidades é importante e legítima. Semelhante exploração contribui para uma melhor compreensão da própria posição clássica — uma compreensão mais clara da negação, a consciência da possibilidade do discurso face à rejeição parcial do princípio da não contradição, uma prova de que tal princípio é pelo menos parcialmente verdadeiro, etc. Todos esses aspectos resultam da elaboração, desenvolvimento e aplicação da lógica paraconsistente.

Um campo de investigação autónomo e progressivo, a lógica paraconsistente desde então tem crescido muito — tanto sob uma perspectiva exclusivamente teórica, como em termos de diversas aplicações externas (em inteligência artificial, matemática, filosofia e em outras áreas tecnológicas e de ciência aplicada). A título de exemplo, pode-se mencionar, no domínio dos sistemas especialistas, o uso da lógica paraconsistente nos problemas da manipulação de informações inconsistentes, bem como da programação lógica com cláusulas contraditórias.

Para maiores pormenores, consulte-se Arruda 1980 e D'Ottaviano 1990 (trabalhos interessantes e bastante informativos, amplamente usados na articulação deste artigo, contêm listas pormenorizadas de referências bibliográficas), ou ainda Priest et al. 1989, Arruda 1977, Grana 1983, Marconi 1979, da Costa 1997a. Para uma análise global durante a década de 1980, veja-se da Costa e Marconi 1989. Algumas considerações filosóficas encontram-se em da Costa 1982. Em da Costa et al. 1995, apresentam-se alguns resultados recentes sobre um sistema paraconsistente; desse artigo foram extraídos trechos do presente trabalho (veja-se

## lógica paraconsistente, sistemas de

também, a esse respeito, da Costa 1997b, e da Costa e Bueno 2001). NdC/OB

- Arruda, A. 1977. On the Imaginary Logic of N. A. Vasil'ev. In Arruda, da Costa e Chuaqui 1977: 3–24.
- Arruda, A. 1980. A Survey of Paraconsistent Logic. In Arruda, Chuaqui e da Costa 1980: 1–41.
- Arruda, A. 1989. Aspects of the Historical Development of Paraconsistent Logic. In Priest, Routley, e Norman 1989: 99–130.
- Arruda, A., Chuaqui, R., e da Costa, N. C. A., orgs. 1980. *Mathematical Logic in Latin America*. Amsterdão: North-Holland.
- Arruda, A., da Costa, N. C. A., e Chuaqui, R., orgs. 1977. *Non-Classical Logics, Model Theory and Computability*. Amsterdão: North-Holland.
- da Costa, N. C. A. (1982) The Philosophical Import of Paraconsistent Logic. *The Journal of Non-Classical Logic* 1: 1–19.
- da Costa, N.C.A. (1997a) *Logiques classiques et non classiques*. Paris: Masson.
- da Costa, N.C.A. (1997b) *O Conhecimento Científico*. São Paulo: Discurso Editorial.
- da Costa, N. C. A., Béziau, J.-Y., e Bueno, O. (1995) Aspects of Paraconsistent Logic. *Bulletin of the Interest Group in Pure and Applied Logics* 3: 597–614.
- da Costa, N. C. A., Béziau, J.-Y., e Bueno, O. (1998) *Elementos de Teoria Paraconsistente de Conjuntos*. Coleção CLE, Campinas.
- da Costa, N. C. A., e Bueno, O. 2001. Paraconsistency: Towards a Tentative Interpretation. *Theoria* 16: 119–145.
- da Costa, N. C. A., e Marconi, D. 1989. An Overview of Paraconsistent Logic in the 80's. *The Journal of Non-Classical Logic* 6: 5–31.
- D'Ottaviano, Í. 1990. On the Development of Paraconsistent Logic and da Costa's Work. *The Journal of Non-Classical Logic* 7: 89–152.
- Grana, N. 1983. *Logica Paraconsistente*. Nápoles: Loffredo.
- Marconi, D. 1979. *La Formalizzazione della Dialettica*. Turim: Rosenberg & Sellier.
- Priest, G., Routley, R., e Norman, J., orgs. 1989. *Paraconsistent Logic*. Munique: Philosophia Verlag.

**lógica paraconsistente, sistemas de** Há uma

multiplicidade de sistemas de lógica paraconsistente. O estudo comparativo das suas diferentes propriedades, a discussão das suas aplicações e da sua plausibilidade relativa constitui um vasto campo de estudos actual.

**Inconsistência e trivialização** Parece haver poucas dúvidas sobre o facto de que os juízos contraditórios podem ocorrer natural, e até frequentemente, em certos estágios da formação de teorias científicas, em investigações de vários tipos, na dinâmica da argumentação, nos sistemas baseados em conhecimento, nos bancos de dados e noutras formalizações da informação. As questões controversas começam a partir daí: Será que só os juízos (expressos por frases em linguagem natural ou formal) podem ser contraditórios, ou existem objectos reais (como uma torre ao mesmo tempo quadrada e não quadrada), ou abstractos (como antinomias) que seriam legitimamente contraditórios (Priest 1987)? A contradição pode ser objecto da própria lógica, cujo tratamento formal leva a um avanço na teoria, ou será uma anomalia a ser extirpada? Na filosofia da matemática, por exemplo, Wittgenstein já expressou parte desta questão, mostrando-se surpreso «com o medo supersticioso e a reverência da contradição por parte dos matemáticos» (Wittgenstein 1984: Ap. III-17), e perguntava-se: «Contradição. Porquê justamente este fantasma? Isso é certamente suspeito» (id., IV-56). Parte dos seus objectivos seria precisamente alterar a atitude dos matemáticos com respeito às contradições (id., III-82): é certo que classicamente as teorias contraditórias são triviais, no sentido em que deduzem qualquer proposição, mas será este um facto inevitável?

O objectivo aqui não é influir directamente no debate filosófico sobre a contradição, nem avaliar posições históricas ou conceptuais (para isso, cf. Arruda 1980, Bueno 1999, da Costa e Alves 1977, da Costa e Marconi 1989, D'Ottaviano 1990, Bobenrieth-Miserda 1996, Priest, Routley e Norman 1989) mas precisamente mostrar que tal mudança de atitude em relação às contradições é perfeitamente possível no universo lógico-matemático. A intenção