

## diagramas de Venn

gonal da matriz, isto é, a sucessão  $a_{00}, a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots$  e defina-se  $d_n = 1 - a_{nn}$ . Observe-se que a sucessão dos  $d_n$  difere de cada sucessão dada por uma linha da matriz: uma dada linha  $a_{n0}, a_{n1}, a_{n2}, a_{n3}, \dots$  difere da sucessão  $d_0, d_1, d_2, d_3, \dots$  pelo menos no lugar  $n$ , visto que  $d_n$  toma o valor 1 se, e só se,  $a_{nn}$  toma o valor 0.

$a_{00}$	$a_{01}$	$a_{02}$	$a_{03}$	$\dots$
$a_{10}$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$\dots$
$a_{20}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$\dots$
$a_{30}$	$a_{31}$	$a_{32}$	$a_{33}$	$\dots$
$\dots$				
$\dots$				
$\dots$				

A construção que se acabou de efectuar, combinada com uma *reductio ad absurdum*, permite demonstrar que o conjunto de todas as sucessões de zeros e uns não é equipotente ao conjunto dos números naturais. O método da diagonalização não depende do facto do conjunto de índices ser numerável e (essencialmente o mesmo argumento) permite demonstrar o TEOREMA DE CANTOR.

O método da diagonalização tem grande importância em lógica: ele aparece sob diferentes roupagens na construção da colecção de Russell (ver PARADOXO DE RUSSELL), na teoria das funções recursivas, na teoria descritiva dos conjuntos, nas demonstrações do primeiro teorema da incompletude de Gödel e do teorema da indefinibilidade da verdade de Tarski, etc. FF

Cantor, G. 1881. On Elementary Question in the Theory of Manifolds. In William B. Ewald, org., *From Kant to Hilbert*. Oxford: Oxford Science Publications, 1996.

Kleene, S. C. 1971. *Introduction to Metamathematics*. Amsterdão: North-Holland.

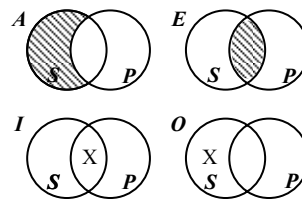
**diagramas de Venn** Um método lógico, simples e de alcance limitado, através do qual é possível representar diagramaticamente a informação contida em cada uma das quatro proposições categóricas da lógica silogística (ver SILOGISMO) e, em parte, também da álgebra

booleana de classes (ver ÁLGEBRA DE BOOLE). O método foi inventado por John Venn, para a versão booleana das quatro proposições categóricas (na qual não se faz uso como na aristotélica da pressuposição existencial). Leonhard Euler tinha anteriormente apresentado uma versão diferente de diagramas, inferior à de Venn, por conter ambiguidades.

As quatro proposições categóricas da lógica aristotélica são as seguintes:

- A) Universal afirmativa (Todos os S são P);
- E) Universal negativa (Nenhum S é P);
- I) Particular afirmativa (Algum S é P);
- O) Particular negativa (Algum S não é P).

A informação contida em cada uma destas proposições pode ser representada, de acordo com o método dos diagramas de Venn, por dois



círculos sobrepostos, como na figura seguinte:

Cada círculo representa a extensão de um dos dois termos gerais; o primeiro círculo representa a extensão de S e o segundo a extensão de P. A sobreposição dos dois círculos gera quatro regiões: uma na qual os dois círculos se sobrepõem (a do meio); outra que pertence a S mas não a P (a da esquerda); outra que pertence a P mas não a S (a da direita); e a região envolvente (fora dos dois círculos). A região na qual os dois círculos se sobrepõem representa os indivíduos que são simultaneamente S e P.

As regiões sombreadas significam vazio: nenhum indivíduo ocupa essa região. As regiões a branco significam falta de informação. As regiões que contêm uma cruz significam que pelo menos um indivíduo ocupa essa região. A região envolvente (fora dos dois círculos) repre-

senta os indivíduos que nem são S nem são P; ela está convenientemente deixada em branco visto que as quatro proposições nada dizem acerca destes indivíduos. Vejamos como interpretar cada um dos quatro diagramas.

A) O círculo S que fica fora do círculo P está sombreado representando assim que nenhum indivíduo ocupa essa região. As restantes regiões estão brancas, representando que nada se sabe acerca delas. Tomemos um exemplo: «Todos os bicéfalos são imortais». O que tornaria esta frase falsa seria a existência de um bicéfalo (de um S) não imortal (que não fosse P). Esta possibilidade é desautorizada pelo sombreado. Contudo, podem existir ou não bicéfalos, podem existir ou não indivíduos imortais e podem existir ou não indivíduos imortais que não sejam bicéfalos. Em todos estes casos queremos que a frase resulte verdadeira; assim, todas essas possibilidades são deixadas convenientemente em branco no diagrama, visto que não sabemos qual delas é verdadeira.

E) O sombreado na região sobreposta significa que nenhum indivíduo ocupa essa região. As outras duas regiões são convenientemente deixadas em branco não por pensarmos que há indivíduos que são S e não são P, ou por pensarmos que há indivíduos que são P e não são S, mas pelas razões que acabámos de expor a propósito de A.

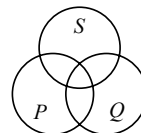
I) Neste caso, a cruz na região sobreposta compromete-nos com a existência de (pelo menos) um indivíduo que é S e P. As restantes regiões são deixadas em branco por razões já explicadas.

O) Neste caso, a cruz na região do círculo S que fica fora do círculo P compromete-nos com a existência de (pelo menos) um indivíduo que é S e não é P. As restantes regiões são deixadas em branco por razões já explicadas.

Algumas leis simples que governam a relação entre as proposições categóricas estão representadas graficamente nos diagramas. Por exemplo, a conversão simples que se aplica quer a E quer a I e que permite inverter os termos nestas proposições está representada na simetria dos seus diagramas respectivos. A

contradição mútua entre as proposições A e O está representada pelo facto de o diagrama de A mostrar sombreado onde e apenas onde o diagrama de O apresenta uma cruz. E outras relações lógicas entre as quatro proposições categóricas, que o leitor poderá encontrar no artigo SILOGISMO, podem ainda ser visualizadas através destes diagramas.

Os diagramas de Venn podem ser usados para testar a validade de um silogismo. Um silogismo é uma forma particular de argumento dedutivo que tem duas premissas e uma conclusão, sendo categóricas as frases que constituem as premissas e a conclusão. Para mais, no conjunto das premissas e conclusão não existem mais de três termos, o termo que ocorre duas vezes nas premissas não ocorre na conclusão. Como todos os argumentos dedutivos, os silogismos podem ser válidos ou inválidos. Um silogismo válido não pode ter premissas verdadeiras e conclusão falsa. Para testar a validade de um silogismo de acordo com o método dos diagramas de Venn, usam-se três círculos que se sobrepõem parcialmente, representando cada círculo um dos termos envolvidos nesse silogismo. Representando agora esses termos por S, P e Q, obtemos a forma geral de um diagrama de Venn para testar a validade de um silogismo:



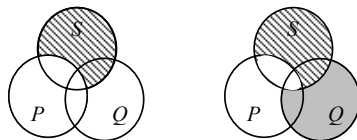
Agora, dado um silogismo particular, inscrevemos o conteúdo das duas premissas no diagrama (de acordo com a técnica para representar as proposições A, E, I e O já explicada) e verificamos se o conteúdo da conclusão apareceu automaticamente no diagrama. Se foi esse o caso o silogismo em questão é válido. Se não foi, não é. Um exemplo:

P1) Todos os homens são mortais (todo o S é P).

**dialecto**

P2) Todos os portugueses são homens (todo o Q é S);  
 C) Logo, todos os portugueses são mortais (todo o Q é P).

Ao inscrever o conteúdo de P1 ficamos com o diagrama da esquerda. Ao inscrever o conteúdo de P2 no diagrama da direita, vemos que nele o subdiagrama que corresponde à conclusão apareceu imediatamente. Logo, o silogismo em questão é válido.



Este método pode ser usado não só para testar a validade de um silogismo, como também para determinar se, de duas proposições categóricas (que tenham entre si três termos) alguma conclusão categórica pode ser extraída.

Um argumento silogístico com mais de duas premissas e mais de três termos pode não ser impeditivo de uma aplicação do método, se esse argumento for decomponível em «silogismos intermédios», que contribuam com «conclusões intermédias» até se chegar à conclusão final. Neste caso, a actividade automática de aplicação do método tem de ser complementada por outra, exterior ao método, de decomposição da cadeia silogística em silogismos intermédios. JS

**dialecto** Ver IDIOLECTO.

**dialelo** O mesmo que ARGUMENTO CIRCULAR.

**dictum de omni et nullo** (lat., o que se afirma de tudo e de nada) O rótulo *dictum de omni et nullo* abrange dois princípios lógicos, por vezes considerados a base de todo o raciocínio silogístico: o princípio *dictum de omni* e o princípio *dictum de nullo* (Kneale 1962: 81, 278; segundo os Kneale, tal pretensão é incorrecta e está longe de representar as ideias pri-

mitivas de Aristóteles). Numa das versões, o princípio *dictum de omni* (literalmente, o que se diz, ou afirma, de todas as coisas) estabelece que aquilo que é predicável de todas as coisas pertencentes a uma certa classe de coisas é predicável de todas as coisas pertencentes a qualquer classe incluída naquela classe. Noutra versão, aparentada com a primeira, o princípio estabelece que aquilo que é predicável de todas as coisas pertencentes a uma certa classe de coisas é predicável de cada uma dessas coisas em particular. Por exemplo, dado que a propriedade de ser um mamífero é predicável de todas as baleias, e dado que a classe das orcas está incluída na classe das baleias, segue-se que aquela propriedade é predicável de todas as orcas. E, dado que a propriedade de ser um mamífero é predicável de todas as baleias, e que Moby Dick é uma baleia, segue-se que a propriedade em questão é predicável de Moby Dick.

A primeira versão corresponde, aproximadamente, ao modo silogístico válido BARBARA da primeira figura:

$$\begin{array}{l} 1) \text{ Todos os F são G} \\ 2) \text{ Todos os H são F} \\ \hline \therefore \text{ Todos os H são G} \end{array}$$

A segunda versão corresponde, aproximadamente, à forma de inferência (não silogística) que resulta de Barbara substituindo o termo geral H, que ocupa a posição de termo menor, por um termo singular *a*:

$$\begin{array}{l} 1) \text{ Todos os F são G} \\ 2) a \text{ é um F} \\ \hline \therefore a \text{ é um G} \end{array}$$

Representações das duas versões do princípio *dictum de omni* na linguagem da lógica de primeira ordem são dadas, respectivamente, nos seguintes sequentes (ou padrões de inferência) válidos:  $\forall x (Fx \rightarrow Gx), \forall x (Hx \rightarrow Fx) \vdash \forall x (Hx \rightarrow Gx)$ ;  $\forall x (Fx \rightarrow Gx), Fa \vdash Ga$ .

Numa das versões, o princípio *dictum de nullo* estabelece que aquilo que não é predicável de nenhuma das coisas pertencentes a uma